

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2009

PROSIDING



Editor : Kiswara A Santoso



FAKULTAS MIPA
UNIVERSITAS JEMBER

ISBN : 979-8176-66-9

PRABATA

Desain Cover : Sandi Agus & Yoyok Yulianto

Seminar Nasional Matematika (2009 : Jember)

Prosiding seminar nasional matematika, Jember 28 Pebruari 2009

Penyunting, Kiswara A Santoso. - - Jember : Jurusan Matematika

1104 hlm; illus.; 27 cm

Termasuk Bibliografi dan Indeks

ISBN : 979-8176-66-9

- I. MATEMATIKA – KONGRES DAN KONVENSI
- II. Seminar Nasional Matematika 2009
- III. SANTOSO, Kiswara Agung
- IV. Universitas Jember, Fakultas MIPA, Jurusan Matematika

510 SEM s

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas rahmatNya Prosiding Seminar Nasional Matematika 2009 dapat diterbitkan. Prosiding ini merupakan kumpulan dari sebagian besar artikel ilmiah yang disajikan pada Seminar Nasional Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember pada tanggal 28 Pebruari 2009.

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada editor prosiding dan seluruh panitia seminar yang telah bekerja keras menyusun prosiding Seminar Nasional Matematika 2009. Semoga dokumentasi yang terdapat didalamnya dapat bermanfaat bagi para pembaca

Jember, Maret 2009

Ketua Panitia,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si

DARI EDITOR

Untuk menghasilkan penelitian yang baik perlu adanya konsep dan teori yang jelas serta dukungan dari penelitian-penelitian yang telah ada sebelumnya. Buku ini merupakan hasil penelitian dari sebagian besar makalah yang disajikan dalam Seminar nasional Matematika 2009 yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

Bidang-bidang khusus yang menjadi topik bahasan dalam seminar ini adalah Matematika Terapan, Analisis, Kombinatorik, Statistika, dan Keguruan. Artikel yang disajikan dalam prosiding ini diharapkan dapat menjadi sumbangan pengetahuan bidang Matematika bagi masyarakat pada umumnya dan para peneliti pada khususnya.

Prosiding ini selain dicetak dalam bentuk hardcopy juga diberikan kepada para peserta yang berminat dalam bentuk CD dengan file yang berupa pdf. Selanjutnya buku ini diharapkan dapat menjadi acuan pengembangan maupun peningkatan kualitas penelitian ke depan.

Jember, Maret 2009

Editor

DAFTAR ISI

	Halaman
PRAKATA.....	i
DARI EDITOR	ii
DAFTAR ISI	iii
BIDANG ANALISIS	
<u>Studi Komprehensif Terhadap Sebuah Bukti Tidak Langsung Dari Teorema Basis Hilbert</u> Adi Mesya.....	1
<u>Karakteristik Transmisi Gelombang Optik Pada Grating Linear Sinusoidal Tak-Homogen</u> Agus Suryanto	7
<u>Algoritma Kode Grup Pada Gaussian Channel Dengan Pemrograman Geometrik</u> Agustina Pradjaningsih.....	19
<u>Sistem Persamaan Linear Overdetermined</u> Alfanuha Yushida, Irawati.....	30
<u>Pelabelan Graceful pada Graph Bintang Rangkap dan Tp Trees</u> Budi Rahadjeng, Inung Auliya	44
<u>Grup Homologi Pada Simplicial Complex</u> Ema Carnia, Sri Wahyuni, Irawati, Setiadji	50
<u>Kajian Perkalian Antara Dua Matriks Alternating</u> Hendarto, Irawati	60
<u>Magic Square Dan Dekomposisi Jumlah Langsung Magic Square And Direct Sum Decomposition</u> Nurul Afifah, Irawati	69
<u>Himpunan Kritis Pada Graf Cycle Caterpillar</u> Chairul Imron.....	78
<u>Kajian Seputar N-Homomorfisma</u> Indah Emilia Wijayanti	91

<u>Beberapa Sifat Ideal Fuzzy Semigrup Yang Dibangun Oleh Subhimpunan Fuzzy</u> Karyati, Sri Wahyuni, Budi Surodjo, Setiadji	103
<u>Dekomposisi Or Dengan Menggunakan Eliminasi Gauss</u> Marhayati, Irawati.....	112
<u>Identifikasi Operator Linear Yang Dapat Didiagonalkan</u> Michrun Nisa Ramli, Irawati	122
<u>Teorema Spektral Tanpa Determinan</u> Nabilah Faizah, Irawati	133
<u>Kaitan Antara Nilai Singular Dan Nilai Eigen Dari Suatu Matriks Persegi</u> Pesma Diana, Irawati	149
<u>Analisis Kinerja Algoritma Matching Maksimum Dan Aplikasinya Pada Masalah Penugasan (Assignment Problem)</u> Sapti Wahyuningsih.....	155
<u>Aplikasi Metode Faktorisasi Masalah Cauchy Degenerate Pada Masalah Sistem Control Abstrak Degenerate</u> Susilo Hariyanto, Salmah	166
<u>The Super Edge-Magic Deficiency Of Disconnected Complete Bipartite Graphs</u> A.A.G. Ngurah.....	177
<u>Sobolev Spaces of Functions on the Unit Square</u> Abdul Rouf Alghofari.....	182
BIDANG STATISTIKA	
<u>Memprediksi Interval Reliabilitas Produk Dengan Metode Bootstrap Persentil</u> Akhmad Fauzy	188
<u>Ketakonvergenan Dalam Model Log-Binomial: Regresi Risiko Relatif Dengan Pendekatan Poisson Dan Metode Copy</u> Alfian Futuhul Hadi, Netti Herawati	195
<u>Negative-Binomial Regression In The Prespective Of Generalized Linear Models: Canonical Link Vs Logaritmik Link Function</u> Alfian Futuhul Hadi, Khairil Anwar Notodiputro	206

<u>Teknik Pemulusan Log-Spline : Suatu Pendekatan Non-Parametrik Pada Pendugaan Fungsi Kepekatan Peluang</u> Aunuddin, Alfian Futuhul Hadi	216
<u>Spline Estimator In Multi-Response Nonparametric Regression Model</u> Budi Lestari, I Nyoman Budiantara, Sony Sunaryo, Muhammad Mashuri	226
<u>Model Thin Plate Spline (Tpspline) Dan Perbandingannya Dengan Model Alternating Conditional Expectations (Ace) Untuk Menduga Fungsi Respon Pergerakan Nilai Tukar Dollar</u> Dewi Retno Sari Saputro, Winita Sulandari	238
<u>Pengaturan Kedatangan Eksternal Optimal Pada Antrian Jaringan Jackson</u> Gungum Darmawan.....	250
<u>Indeks Stabilitas Ammi Untuk Penentuan Stabilitas Genotipe Pada Percobaan Multilokasi</u> Halimatus Sa'diyah, Ahmad Ansori Mattjik	259
<u>Transformasi Box-Cox Pada Kasus Distribusi Heavy-Tailed</u> Herni Utami, Subanar, Dedi Rosadi	275
<u>Visualisasi Data Melalui Analisis Komponen Utama (Pca) Dibandingkan Dengan Analisis Komponen Utama Kernel (Kpca)</u> Ismail Djakaria, Suryo Guritno, Sri Haryatmi Kartiko.....	289
<u>Model Probit Pada Respons Biner Multivariat Menggunakan Smle</u> Jaka Nugraha, Suryo Guritno, Sri Haryatmi.....	302
<u>Similarity Based On Entropy For Binary Data</u> Kariyam	315
<u>Metode Statistik Pada Pengukuran Aktivitas Ilmiah Indonesia Dekade Terakhir Sebagai Aplikasi Dari Metode Bibliometrik</u> Sri Rahayu, Prakoso Bhairawa Putera	323
<u>Pendeteksian Outlier Model Linear Multivariat Pada Produksi Gula Dan Tetes Tebu</u> Makkulau, Susanti Linuwih, Puhadi, dan Muhammad Mashuri	334
<u>Interpolasi Spasial Cokriging bagi Pemetaan Fosfor Tanah Sawah</u> Mohammad Masjkur.....	351
<u>Perbandingan Model Respon Pemupukan Nitrogen Pada Padi Sawah</u> Mohammad Masjkur, Maman Rusman	368

<u>Estimasi Parameter Dan Pengujian Hipotesis Model Linier Spasial Univariat Dengan Metode Maksimum Likelihood Terboboti</u> Sri Harini, Puhadi, Muhammad Mashuri, Sony Sunaryo	385
<u>Value at Risk pada Varianasi Minimum dengan Volatilitas tak Konstan</u> Sukono, Subanar, Dedi Rosadi	393
<u>Volatilitas Model FIGARCH Untuk Perhitungan Value at Risk</u> Sukono, Subanar & Dedi Rosadi	405
<u>OLS, LASSO and PLS Methods on Correlated Data</u> Yuliani Setia Dewi	417
<u>Analisis Ragam Peubah Ganda (Manova) Pada Rancangan Acak Lengkap(Ral) Pola Faktorial</u> Yuliani S.Dewi , Kensiwi Atiulloh	432
BIDANG TERAPAN	
<u>Peredaman Getaran Bereksitasi Sendiri Menggunakan Eksitasi Parametrik</u> Abadi	443
<u>Algoritma Untuk Membangkitkan Data Sensor Kanan</u> Aceng Komarudin Mutaqin	454
<u>Peramalan Tingkat Suku Bunga Sertifikat Bank Indonesia Berdasarkan Data Fuzzy Time Series Multivariat</u> Agus Maman Abadi, Subanar, Widodo, Samsubar Saleh	462
<u>Penentuan Waktu Awal Tercepat Pada Jaringan Kabur Dengan Menggunakan Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur</u> M. Andy Rudhito, Sri Wahyuni, Ari Suparwanto, F. Susilo	475
<u>Simulasi Penyebaran Aliran Debris 1 Dimensi Dengan Metoda Beda Hingga</u> Bandung Arry Sanjoyo, Dieky Adzkiya, Lantip Trisunarno	485
<u>Penerapan Model Kriging Untuk Memodelkan Fenomena Teknik Aerodinamika</u> Budhi Handoko	496
<u>Analisis Terhadap Tingkat Kepuasan Pelanggan Restoran "Dundee" Delta Plaza Surabaya</u> Destri Susilaningrum	505

<u>Penentuan Rute Terpendek Pada <i>Traveling Salesmen Problem</i> Dengan <i>Simulated Annealing</i></u> Dian Savitri.....	519
<u>Pemanfaatan Fungsi Spline Linear Pada <i>Stereo Vision</i></u> Dwiretno Istiyadi Swasono, Handayani Tjandrasa	530
<u>Factors That Influenced To The Satisfaction Of Skin Treatment Services To Customers</u> Edy Widodo, Dewi Suryaningrum	545
<u>Analysis Value At Risk (Var) Of Portofolio With Variance Covariance Methode</u> Edy Widodo & Hafimatus Sa'adah.....	560
<u>Estimasi Penyebaran Polutan Di Udara</u> E. Apriliani, L. Hanafi, N. Wahyuningsih	574
<u>The Application Of Gap Analysis In Improving The Quality Of Transportation Services Trans Jogja</u> Kariyam, Ramdhani, B.E. , Wahyuni, A.T, Iswahyudi, H.	587
<u>Penentuan Kriteria Sistem Persediaan Dengan Pelayanan Dan <i>Retrial Of Customers</i> Pada <i>Current Inventory Level</i></u> Soehardjoepri.....	599
<u>Perancangan Dan Simulasi Sistem Kontrol Posisi Panel Surya Dengan Metode <i>Sliding Mode Control (Smc)</i></u> Mardlijah, M Arif Junaidi.....	612
<u>Model Inflasi Nasional Dengan Peredaran Mata Uang Dan Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar</u> Nuri Wahyuningsih, Fitri Meita Sari.....	624
<u>Optimasi Pemilihan Tanaman Atau Ikan Yang Sesuai Dengan Potensi Suatu Daerah</u> Sulistiyo, Anisah.....	644
<u>Manajemen Traffic Light Berdasarkan Panjang Antrian Menggunakan Algoritma Genetik</u> Kiswara Agung S, Subanar.....	657
<u>Valuation Of Health Insurance Products Under Market-Consistent Approach</u> Adhitya Ronnie Effendie	670

<u>Pemodelan Dampak Tumbuhan Beracun Pada Dinamika Tumbuhan Herbivora</u> Nur Kolis	674
BIDANG KEGURUAN	
<u>Peningkatan Kualitas Pembelajaran Matematika Melalui Kolaborasi Lesson Study Dan Metakognitif</u> Akhsanul In'am	684
<u>Proses Berpikir Analogi Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika</u> Tatag Yuli Eko Siswono, Suwidiyanti.....	696
<u>Karakteristik Penanaman Nilai Disiplin Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika</u> Bambang Suharjo.....	714
<u>Karakteristik Abstraksi Reflektif Dalam Pemecahan Masalah Matematika</u> Binur Panjaitan,	728
<u>Penerapan Pendekatan Open-Ended untuk meningkatkan hasil belajar</u> Edy Wihardjo, Christine Wulandari, Yulianti	743
<u>Penggunaan Kriptografi Pada Pembelajaran Matriks Di Kelas XII</u> Ella Nurfalah, Intan Muchtadi	755
<u>Praktikum Untuk Kalkulus</u> Endah Asmawati, Joice Ruth Juliana.....	766
<u>Wacana Pengembangan Profesi Guru Matematika</u> Gerzon Seran, Santje M. Salajang	775
<u>Aktivitas Siswa dalam Pembelajaran Matematika menurut Model STAD</u> Gerzon Seran & Santje M. Salajang	787
<u>karakteristik Pemahaman Konsep Mahasiswa Fi</u> Herry Agus Susanto	799
<u>Konstruktivisme Dan Pemahaman Konsep</u> Herry Agus Susanto	813

<u>Desain Pembelajaran Matematika Realistik (Pmri) Dengan Setting Cooperative Learning Serta Pengaruhnya Terhadap Aktivitas Dan Hasil Belajar Siswa Sltip Kelas I, II, Dan III Di Kabupaten Jember</u> Hobri	823
<u>Penghalusan Pertanyaan Mahasiswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah</u> I Nengah Parta	866
<u>Tanggapan Siswa Terhadap Kegiatan Lesson Study Tahap Do (Pelaksanaan)</u> Indriati Nurul Hidayah.....	877
<u>Pemecahan Masalah Matematika Oleh Siswa</u> Janet Trineke Manoy	888
<u>Metode Belajar Semi-Mandiri Berbasis Kombinasi Belajar Individu Dan Kerja Kelompok Dalam Praktek Dan Teori</u> Joice Ruth Juliana, Endah Asmawati.....	899
<u>Identifikasi Proses Berpikir Anak Autis Dalam Menyelesaikan Soal Matematika</u> Kamid	907
<u>Aktifitas Metakognisi Dalam Memecahkan Masalah Matematika Formal Dan Kontekstual</u> Mustamin Anggo, Mikarna Haryani.....	921
<u>Alur Berpikir Mahasiswa Berkemampuan Sedang Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah-Langkah Polya</u> Nurdin	935
<u>Cara Mengetahui Metakognisi Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Pemecahan Masalah Matematika</u> Pradnyo Wijayanti	944
<u>Kemampuan Siswa "Camper" Di Kelas VII Sekolah Menenga Pertama Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika</u> Sudarman, Akina	963
<u>Peningkatan Kemampuan Koneksi Matematika Mahasiswa Program Studi Fisika Tahun Pertama dengan Model Pembelajaran Pendekatan Open Ended pada Matematika Dasar</u> Suharto, Arika, Susanto	976

<u>Proses Kognitif Pada Anak Tunanetra Dalam Menyelesaikan Permasalahan Persegi Panjang</u> Susanto.....	987
<u>Proses Metakognisi Siswa Sma Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Perbedaan Gender</u> Theresia Kriswianti Nugrahaningsih	1001
<u>Pembelajaran Aljabar Linier Elementer Dengan Problem Posing</u> Tri Hapsari Utami, Indriati Nurul Hidayah	1021
<u>Visualisasi Ungkapan Geometris Siswa Smp</u> I Wayan Ponter	1030
<u>Profil Proses Kognitif Siswa Sd Dalam Pemecahan Masalah Matematika Yang Terkait Dengan Sifat Komutatif Penjumlahan Bilangan Cacah</u> Wilmintjie Mataheru.....	1045
<u>Strategi Bermain Dengan Alam Dalam Pembelajaran Konsep Geometri Dimensi Tiga Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Dan Soft Skillss Siswa Kelas X MM SMK Negeri 1 Jember</u> Priwahyu Hartanti	1060
<u>Membelajarkan Matematika Untuk Membangun Bangsa Unggulan Dalam Sains, Teknologi, Dan Industri</u> Abdur Rahman As'ari.....	1072
<u>INDEKS PENULIS</u>	1083
<u>INDEKS SUBYEK</u>	1087

KARAKTERISTIK ABSTRAKSI REFLEKTIF DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA

Binur Panjaitan

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sisingamangaraja XII
Silangit Siborongborong Tapanuli Utara

ABSTRAK

Untuk memecahkan masalah, siswa harus mengenali struktur pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya, dan kemudian menggunakannya di dalam situasi baru. Agar dapat diketahui bagaimana siswa mengenali struktur masalah, siswa perlu mengekspresikan kembali melalui representasi gambar, diagram, kata atau simbol. Dalam aktivitas pemecahan masalah, siswa sering mengabstraksikan struktur masalah sebelumnya dan menghubungkannya dengan masalah yang sedang dihadapi. Untuk mengetahui apakah siswa sadar terhadap apa yang diabstraksikannya, siswa perlu mendemonstrasikan kesadarannya, dan memberikan alasan terhadap keputusan yang diperoleh. Mengenali, merepresentasikan, mengabstraksi struktural dan kesadaran struktural berturut-turut merupakan level-level dari abstraksi reflektif (*reflective abstraction*). Aktivitas abstraksi reflektif diamati melalui serangkaian karakteristik-karakteristik tertentu. Tulisan ini bertujuan untuk memperkenalkan karakteristik abstraksi reflektif dalam pemecahan masalah matematika.

Kata kunci: *Karakteristik Abstraksi Reflektif, Pemecahan Masalah Matematika*

PENDAHULUAN

Salah satu karakteristik matematika adalah memiliki objek kajian yang abstrak. Dalam matematika, objek dasar yang abstrak itu, sering juga disebut objek mental atau objek pikiran. Objek dasar matematika meliputi fakta, konsep, operasi ataupun relasi dan prinsip.

Soedjadi (2000: 41) mengatakan, sifat abstrak objek matematika merupakan salah satu penyebab sulitnya seorang guru matematika mengajarkan matematika sekolah. Dengan demikian siswa juga sulit untuk memahami konsep-konsep matematika dan sulit memecahkan masalah matematika.

Dalam pembelajaran matematika, seorang guru harus berusaha untuk mengurangi sifat abstrak dari objek matematika itu sehingga memudahkan siswa menangkap pengajaran matematika di sekolah. Tetapi, walaupun guru matematika

berusaha mengkonkretkan atau mengurangi sifat abstrak dari objek matematika itu, dengan tujuan memudahkan siswa menangkap atau memahami materi pelajaran matematika di sekolah, namun pembelajaran tetap diarahkan kepada pencapaian kemampuan siswa untuk berpikir abstrak atau melakukan abstraksi. Semakin tinggi jenjang sekolahnya, semakin besar atau semakin banyak sifat abstraknya.

Abstraksi adalah suatu proses yang mendasar dalam matematika. Hudoyo (1988: 76) mengatakan bahwa "Berpikir matematik merupakan kegiatan mental, yang dalam prosesnya selalu menggunakan abstraksi dan/atau generalisasi. Sejalan dengan ini, Wood, Williams dan McNael (2006) mendefinisikan berpikir matematik sebagai berikut. "*Mathematical thinking as the mental activity involved in the abstraction and generalization of mathematical ideas*". Ferrari (2003) mengatakan: "... we can see that very often abstraction is basic step in the creation of new konsep". Abstraksi seringkali merupakan langkah dasar dalam menciptakan konsep-konsep baru. Sebagai contoh, bilangan asli diabstraksikan dari proses menghitung atau proses *matching*, kemudian bilangan asli digunakan untuk membangun bilangan bulat melalui abstraksi. Kemudian bilangan rasional, bilangan real dan bilangan kompleks berturut-turut dibangun melalui abstraksi.

Herskowitz *et al.* dalam (Mitchelmore dan White, 2004), mendefinisikan abstraksi merupakan "suatu aktivitas reorganisasi vertikal konsep matematika yang telah dikonstruksi sebelumnya menjadi sebuah struktur matematika baru". Objek-objek matematika baru dikonstruksi melalui pembentukan hubungan, sedemikian hingga menemukan generalisasi, bukti, atau strategi baru pada pemecahan masalah. Menurut Hershkowitz, *et al.*, ciri utama abstraksi ialah penyarian sifat yang sama atau umum dari sebuah himpunan contoh nyata.

Piaget dalam (Gray dan Tall, 2007) mengemukakan teori tiga bagian (*tripartite theory*) tentang abstraksi, yaitu pertama abstraksi empiris (*empirical abstraction*) yang memfokuskan pada cara anak mengonstruksi arti sifat-sifat objek. Kedua, abstraksi empiris semu (*pseudo-empirical abstraction*) yang memfokuskan pada cara anak mengonstruksi arti sifat-sifat aksi pada objek. Ketiga, abstraksi reflektif (*reflective abstraction*), yang memfokuskan pada ide tentang aksi dan operasi menjadi objek tematik dari pemikiran atau asimilasi, yang berkaitan dengan

kategorisasi operasi mental dan abstraksi terhadap objek mental. Hasil dari abstraksi reflektif ialah skema pengetahuan pada setiap tahap perkembangan dan abstraksi reflektif menyarikan skema dari pola aksi yang berkaitan.

Abstraksi reflektif (*reflective abstraction*) mengacu pada kemampuan subjek untuk memproyeksikan dan mereorganisasi struktur yang diciptakan dari aktivitas dan interpretasi subjek sendiri kepada suatu situasi baru. Sejalan dengan ini, von Glasersfeld, (1991) menjelaskan bahwa: "*Reflective abstraction refers to the subject's ability to project on to a new level and reorganize a structure created from the subjects's own activities and interpretations*".

Menurut (Cifarelli, 1988; Goodson-Espy, 1988; Sfard dan Linchevski, 1994), level-level dari aktivitas abstraksi reflektif didefinisikan sebagai berikut: Level pertama adalah pengenalan (*Recognition*), level kedua adalah representasi (*Representation*), level ketiga adalah abstraksi struktural (*Structural Abstraction*), dan level ke empat adalah kesadaran struktural (*Structural Awareness*).

Untuk mengetahui proses abstraksi dalam pemecahan masalah matematika, maka dibuat karakteristik dalam setiap level aktivitas abstraksi reflektif berdasarkan hasil *study literature*. Karakteristik yang dimaksud adalah ciri khas dari setiap level abstraksi reflektif yang muncul melalui aktivitas mengenali, merepresentasikan, mengabstraksi struktural dan kesadaran struktural dalam menyelesaikan masalah matematika. Apabila guru tahu letak kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah, maka guru dapat membantu untuk memperbaiki kesalahan tersebut.

PEMBAHASAN

Abstraksi Reflektif

Kata "abstrak" (Gray dan Tall, 2007) berasal dari bahasa Latin, terdiri dari "ab" yang berarti "dari (*from*)" dan "trahere" yang berarti "menarik (*to drag*)". Secara grammatika *to abstract* (*a verb*) mempunyai arti mengabstraksikan, merupakan suatu proses, *to be abstract* (*an adjective*) mempunyai arti abstrak, merupakan suatu sifat, dan *an abstract* (*a noun*) mempunyai arti abstraksi, merupakan arti konsep. Kata

"abstraksi (*abstraction*)" mempunyai dua arti, pertama proses menggambarkan suatu situasi, dan kedua merupakan konsep sebagai hasil dari sebuah proses.

Piaget dalam (Gray dan Tall, 2007; Ozmantar dan Monaghan, 2007) membedakan tiga bentuk abstraksi, yaitu pertama abstraksi empiris (*empirical abstraction*) yang memfokuskan pada cara anak mengonstruksi arti sifat-sifat objek, misalnya, berat dan warna sebuah batu kerikil. Kedua, abstraksi empiris semu (*pseudo-empirical abstraction*) yang memfokuskan pada cara anak mengonstruksi arti sifat-sifat aksi pada objek, misalnya menghitung batu kerikil. Ketiga, abstraksi reflektif (*reflective abstraction*), yang memfokuskan pada ide tentang aksi dan operasi menjadi objek tematik dari pemikiran atau asimilasi, yang berkaitan dengan kategorisasi operasi mental dan abstraksi terhadap objek mental, misalnya menemukan sifat komutatif melalui perhatian pada aksi menghitung.

Piaget dalam (Gray dan Tall, 2007) membedakan antara abstraksi empirik dan abstraksi empirik-semu. Perbedaan keduanya terletak pada fokus konstruksinya. Abstraksi empirik dilakukan pada sifat objek dan abstraksi empirik semu dilakukan pada aksi atau pada relasi dari objek. Abstraksi empirik menggunakan eksperimen pemikiran imajinatif, dan abstraksi empirik semu menggunakan perhitungan numerik dan manipulasi aljabar (simbolik). Secara esensial, antara cara pemikiran imajinatif dan simbolik berbeda, abstraksi dari objek-objek dimulai dengan dunia riil, dan abstraksi dari aksi dikembangkan melalui abstraksi dalam pemikirannya. Abstraksi reflektif (*reflective abstraction*) terjadi melalui aksi mental pada konsep mental dalam operasi mental subjek sendiri menjadi objek baru pada pikirannya. Hasil dari abstraksi reflektif ialah skema (struktur mental) pengetahuan pada setiap tahap perkembangan dan abstraksi reflektif (*reflective abstraction*) menyoroti skema dari pola aksi yang berkaitan.

Level-level dari aktivitas abstraksi reflektif menurut Cifarelli (1988) adalah sebagai berikut: Pengenalan (*Recognition*), Representasi (*Representation*), Abstraksi Struktural (*Structural Abstraction*), dan Kesadaran Struktural (*Structural Awareness*).

Level pertama, adalah mengenali (*recognition*), berarti mengidentifikasi suatu struktur matematika yang telah ada sebelumnya, baik pada aktivitas yang sama

maupun aktivitas sebelumnya. Mengenali suatu struktur matematika terjadi ketika seorang siswa menyadari bahwa suatu struktur yang telah ada dan mungkin telah digunakan sebelumnya “melekat” pada masalah matematika yang dihadapi saat ini. Ketika siswa dihadapkan pada pemecahan masalah, memahami dan menjelaskan situasi tertentu, atau merefleksikan suatu proses, mereka memerlukan aturan atau hubungan yang mendasari permasalahan itu. Untuk mencapai tujuan itu, mereka harus memunculkan atau mengingat kembali struktur yang telah mereka peroleh pada aktivitas sebelumnya dan menggunakannya dalam aktivitas selanjutnya. Cifarelli dalam (Petty, 1996) menjelaskan aktivitas siswa pada level mengenali sebagai berikut. “*Recognition. At this stage, the problem solver encounters a new situation, and recalls or identifies activity from previous situations as being appropriate*”. Cifarelli menjelaskan bahwa pada tahap pengenalan, *problem solver* menghadapi suatu situasi baru, dan mengingat atau mengidentifikasi aktivitas dari situasi-situasi yang sebelumnya sebagai hal yang sesuai. Hershkowitz, Schwarz dan Dreyfus, (2001, p.9) dan Jirotkova dan Littler, (2004, p.2) mengemukakan bahwa, “*Recognition of a familiar mathematical structure occurs when a student realizes that a structure (s)he has constructed and possibly used earlier is inherent in a given mathematical situation. Usually, recognizing occurs as part of an activity with a purpose that goes beyond the act of recognition*”.

Makna dari kutipan di atas adalah bahwa pengenalan terhadap suatu struktur matematika yang sudah pernah dipelajari, terjadi ketika seorang siswa menyadari bahwa suatu struktur yang telah dikonstruksinya dan mungkin telah digunakan sebelumnya, sesuai dengan suatu situasi matematika yang diberikan. Biasanya proses pengenalan terjadi sebagai bagian dari aktivitas dengan tujuan lebih dari sekedar aksi pengenalan. Pada abstraksi mengenali, walaupun siswa sudah mengenali berbagai hal struktur matematika, tetapi tidak secara otomatis berubah menjadi suatu gambaran atau representasi yang dapat mewakili hal tersebut.

Level kedua adalah representasi (*representation*). Cifarelli dalam (Petty, 1996) menjelaskan aktivitas siswa pada level representasi sebagai berikut.

“*Representation. The problem solver utilizes a diagram in resolving a problematic situation to aid reflection. The problem solver is operating at this level if more*

control over the solution activity is demonstrated or, more precisely, if the solver re-presents this solution activity. This reflective level requires the individual to demonstrate a certain degree of flexibility and control over prior activity in the sense that the activity could mentally be "run through".

Untuk dapat mengetahui pemahaman siswa tentang pemecahan masalah matematika, siswa perlu merepresentasikan struktur matematika yang telah dimiliki. Janvier (1987: 28) mengatakan, representasi sebagai gambaran mental memungkinkan matematika menjadi transparan. Melakukan abstraksi terhadap struktur masalah matematika merupakan representasi internal. Representasi internal tidak dapat diamati karena ada di dalam mental. Menurut Goldin (Viholainen, 2007), representasi internal dapat berupa verbal/sintaktik, imaginistik, notasi formal, strategi/heuristik, atau berupa asosiasi mental afektif suatu konsep. Melalui representasi eksternal, dapat diketahui interpretasi siswa tentang struktur masalah matematika tersebut. Siswa menyatakan struktur masalah dengan gambaran yang ada di dalam pikirannya, melalui suatu simbol, diagram, tabel, grafik, bagan atau kata-kata.

Level ketiga adalah abstraksi struktural (*structural abstraction*). Cifarelli dalam (Petty, 1996) menjelaskan aktivitas siswa pada level abstraksi struktural sebagai berikut.

"Structural abstraction. At this level, a problem solver is able to distance himself or herself from the activity in such a manner that he or she could reflect on and make abstraction from the re-presentation of solution activity. This also suggests that the problem solver is able to reflect on potential, as well as, prior activity".

Pada level ketiga ini, siswa mampu untuk memproyeksikan dan mereorganisasi struktur yang diciptakan dari aktivitas dan interpretasi siswa sendiri kepada suatu situasi baru. Struktur matematika yang ada diproyeksikan dan direorganisasikan, sehingga menambah kedalaman pengetahuan siswa sendiri. Reorganisasi dari konsep matematika merupakan aktivitas mengumpulkan, menyusun, mengorganisasi, mengembangkan unsur-unsur matematis, menjadi unsur baru. Baru, dimaksudkan menyatakan sebagai hasil abstraksi, dalam sebuah aktivitas siswa merasakan sesuatu yang sebelumnya tidak dapat mereka peroleh.

Level ke empat atau level tertinggi adalah kesadaran struktural (*structural awareness*). Cifarelli dalam (Petty, 1996) menjelaskan aktivitas siswa pada level kesadaran struktural sebagai berikut. "*Structural awareness. A problem solver at this level will demonstrate an ability to anticipate results of potential activity without having to run through the activity in thought*". Kesadaran struktural mengacu pada kesadaran metakognisi siswa mengenai aktivitas dan organisasi pada struktur kognitifnya. Struktur masalah yang diciptakan oleh siswa dalam pemecahan masalah menjadi sebuah objek dari refleksi. Siswa mampu memikirkan struktur sedemikian sebagai objek-objek dan mampu membuat keputusan tentang hal tersebut tanpa mengusahakan atau menggunakan bentuk fisik, atau secara mental merepresentasikan metode penyelesaian. Ketika seorang *problem solver* mencapai level yang lebih tinggi pada abstraksi reflektif, pemikiran mereka menjadi makin bertambah fleksibel.

Menurut Solso (1995), tingkat kesadaran diawali dengan ketidaksadaran kita terhadap apa yang ada di sekitar kita apabila kita tidak menaruh perhatian pada objek tertentu. Ketika kita menaruh perhatian, maka tentu kesadaran akan muncul sehingga kita akan melakukan suatu tindakan. Kesadaran terjadi ketika kita "tersentak" karena diingatkan atau karena kita mengetahui sesuatu yang sudah terjadi.

Piaget dalam (Fisher, 1988) menyebutkan bahwa pengabstraksian yang bersifat reflektif (*reflective abstraction*) merupakan pemikiran tentang pemikiran (*thinking about thinking*) dan perkembangannya pada anak-anak melalui pertumbuhan kesadaran mereka dari titik pandang yang berbeda serta pengalaman konflik dari diri sendiri ketika pemahaman mereka ditantang. Piaget dalam (von Glasersfeld, 1991) dan kolaborasinya mengenai pencapaian kesadaran, mengatakan sebagai berikut,

... action by itself constitutes an autonomous knowledge of considerable power, for while it is only "know-how" and not knowledge that is conscious of itself in the sense of conceptualized understanding, it nevertheless constitutes the source of the latter because the attainment of consciousness nearly always lags quite noticeably behind this initial knowledge which is remarkably efficacious even though it does not know itself.

Jadi, Piaget berpendapat bahwa pada pengabstraksian yang bersifat reflektif pencapaian kesadaran diperhitungkan, bukan hanya bagaimana untuk mengetahui konsep, tetapi lebih jauh bahwa siswa berpikir tentang pemikirannya, siswa sadar akan aktivitas dan organisasi struktur kognitifnya.

Perbedaan antara level-level abstraksi reflektif yang dideskripsikan oleh Cifarelli dalam (Goodson-Espy, 2005) adalah apakah seorang *problem solver* mampu untuk:

- *recognize having solved a similar problem before;*
- *re-use previous solution methods on a problem;*
- *develop novel strategies for a problem that the solver has not used previously;*
- *anticipate sources of difficulty and promise during the solution process when using a previously applied method;*
- *anticipate sources of difficulty and promise during the solution process when using a new solution method;*
- *mentally run-through methods used previously;*
- *mentally run-through potential solutions methods;*
- *demonstrate conscious awareness of problem solving activities and decisions.*

Pemecahan Masalah Matematika

Seseorang dikatakan menghadapi masalah apabila ingin mencapai suatu tujuan tetapi tidak segera dapat mencapai tujuan tersebut atau tidak tersedia langkah-langkah yang jelas untuk mencapai tujuan itu. Tujuan yang ingin dicapai dapat berupa penyesuaian diri terhadap situasi baru atau penyelesaian tugas.

Aktivitas pemecahan masalah terkait erat dengan aktivitas pengambilan keputusan. Pengambilan keputusan adalah suatu aktivitas yang berlangsung setiap saat dalam melakukan sesuatu. Pengambilan keputusan sangat ditentukan oleh keterampilan berpikir seseorang. Wales *et al.* dalam (Marzano *et al.*, 1988) mengembangkan sebuah model untuk proses pengambilan keputusan, yaitu: (1) merumuskan tujuan (melakukan identifikasi masalah, menentukan pilihan dan menentukan tujuan), (2) membangkitkan gagasan (mengidentifikasi masalah,

menentukan pilihan dan menetapkan gagasan), (3) menyiapkan perencanaan (mengidentifikasi masalah, menentukan pilihan dan menetapkan perencanaan), dan (4) mengambil tindakan (mengidentifikasi masalah, menentukan pilihan dan melakukan tindakan).

Menurut Polya (1973), jenis masalah terbagi dua, yaitu masalah untuk menemukan dan masalah membuktikan. Masalah untuk menemukan merupakan suatu masalah teoritis atau praktis, abstrak atau konkrit. Bagian penting dari masalah untuk menemukan antara lain adalah apa yang dicari? Bagaimana data yang diketahui? Bagaimana syaratnya? Sedangkan masalah membuktikan merupakan masalah untuk menunjukkan apakah suatu pernyataan benar atau salah, atau tidak keduanya. Hal ini dapat dilakukan dengan cara menjawab pernyataan itu benar atau salah? Bagian utama dari masalah ini adalah hipotesis dan konklusi suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya.

Menurut Polya (1973: xvi) langkah-langkah pemecahan masalah adalah sebagai berikut.

(a) Memahami masalah (*understanding the problem*)

Pada langkah ini, siswa harus dapat menunjukkan inti atau bagian penting dari masalah, yaitu yang diketahui, yang ditanyakan dan syarat-syarat yang terdapat dalam masalah. Sehingga pertanyaan guru kepada siswa adalah apa yang diketahui? apa yang ditanyakan? apa syaratnya?

(b) Memikirkan suatu rencana (*devising a plan*)

Pada langkah ini, siswa memikirkan ide atau gagasan dari rencana. Gagasan yang baik didasarkan pada pengalaman atau struktur pengetahuan sebelumnya. Oleh sebab itu pertanyaan yang diajukan yaitu apakah masalah ini berhubungan dengan sesuatu?

(c) Melaksanakan rencana (*carrying out the plan*)

Dalam melaksanakan rencana yang telah dirancang, guru seharusnya meminta siswa untuk memeriksa setiap langkah. Guru boleh bertanya, apakah Anda yakin bahwa langkah itu benar?

(d) Melihat kembali (*looking back*)

Setelah diperoleh penyelesaian, maka siswa perlu memeriksa kembali hasil yang telah diperoleh. Pertanyaan yang diajukan adalah dapatkah Anda memeriksa hasilnya? Dapatkah Anda memeriksa argumentasinya? Untuk memberikan tantangan dan kepuasan dalam memecahkan masalah dapat diajukan pertanyaan, yaitu dapatkah Anda memperoleh jawaban dengan cara yang berbeda? Dapatkah Anda menggunakan hasil atau metode ini untuk masalah yang lain?

Berdasarkan uraian di atas, maka masalah dalam tulisan ini adalah masalah menemukan, sedangkan pemecahan masalah matematika adalah proses menemukan jawaban matematika yang meliputi: memahami masalah, memikirkan suatu rencana, melaksanakan rencana, dan melihat kembali atau memeriksa hasil yang diperoleh.

Abstraksi Reflektif Dalam Pemecahan Masalah

Pemecahan masalah didefinisikan sebagai proses yang dilakukan individu dalam mengkombinasikan pengetahuan-pengetahuan sebelumnya untuk menghadapi situasi baru (Rodney dkk, 2001: 67). Menurut Johnson & Rising (1972), pemecahan masalah matematika merupakan suatu proses mental yang kompleks yang memerlukan visualisasi, imajinasi, manipulasi, analisis, abstraksi dan penyatuan ide. Jonansen dalam (Suparno, 1997: 55) mengatakan bahwa hasil abstraksi mental seseorang adalah skema yang digunakan untuk mengerti sesuatu hal, menemukan jalan keluar atau memecahkan masalah. Pendapat di atas berarti bahwa dalam pemecahan masalah matematika, untuk mengkombinasikan pengetahuan sebelumnya dalam menghadapi situasi baru diperlukan abstraksi, dan abstraksi mental seseorang adalah skema yang digunakan untuk memecahkan masalah.

Untuk menyelesaikan masalah, siswa harus mengenali dan menguasai hal-hal yang telah dipelajari sebelumnya, dan kemudian menggunakannya di dalam situasi baru. Siswa mengabstraksikan hal-hal yang sudah dipelajari, yaitu mengidentifikasi esensi dari bentuk atau struktur dari hal yang diketahui, sehingga siswa menemukan atau menghasilkan sesuatu untuk pertama kali dengan menggunakan imajinasi atau pikiran. Pola yang demikian ini merupakan jantungnya berpikir matematika dan sangat berkaitan dengan ide/gagasan abstrak.

Agar dapat diketahui bagaimana siswa mampu mengenali dan memahami struktur yang ada dalam masalah, diharapkan siswa dapat mengekspresikan atau mengungkapkan kembali melalui abstraksi representasi gambar, diagram, kata, kalimat, bagan, atau tabel dengan menggunakan simbol yang sesuai dengan situasi masalahnya. Dalam proses ini siswa diharapkan dapat mengonstruksi model-model matematika dari situasi masalah yang sedang dihadapi.

Dalam aktivitas pemecahan masalah pada suatu situasi, siswa sering menghubungkan aktivitas tersebut ke situasi pemecahan masalah berikutnya. Jika siswa telah mampu untuk menghubungkan secara eksplisit metode penyelesaian masalah yang baru dengan masalah semula, penemuan seperti itu memberikan kesan bahwa konstruksi dari struktur abstrak dapat memungkinkan *problem solver* mempunyai *antisipasi* tentang sifat dan ruang lingkup (jangkauan) dari aktivitas pemecahan masalah berikutnya (yaitu, mereka dapat “melihat” bahwa pemecahan masalah berikutnya dalam beberapa hal sama dengan pemecahan yang telah mereka miliki).

Ketika siswa memecahkan masalah, siswa seharusnya menyadari apa yang diabstraksikan. Di sini perlu dilihat apakah siswa mampu mengekspresikan atau mendemonstrasikan kesadarannya pada aktivitas pemecahan masalah, dan memberikan alasan-alasan terhadap keputusan atau kesimpulan yang diperoleh pada pemecahan masalah. Dengan demikian, untuk mengetahui bagaimana seorang siswa dalam melakukan abstraksi selama pemecahan masalah, perlu ditelusuri oleh guru, sehingga diketahui proses dan hasil abstraksi siswa dalam pemecahan masalah.

Untuk mengetahui proses abstraksi reflektif dalam pemecahan masalah matematika, maka dibuat karakteristik abstraksi reflektif berdasarkan hasil *study literature* seperti dikemukakan pada tabel 1 berikut ini.

Tabel 1. Karakteristik Abstraksi Reflektif

Level Abstraksi Reflektif	Karakteristik
<i>Recognition</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Mengingat kembali aktivitas sebelumnya. - Mengidentifikasi aktivitas sebelumnya sebagai hal yang sesuai dengan masalah yang diberikan. - Mengingat kembali setelah dipecahkan suatu masalah yang serupa sebelumnya. - Menggunakan kembali metoda-metoda solusi sebelumnya pada suatu masalah.
<i>Representation</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Menyatakan hasil pemikiran dalam bentuk simbol matematika, kata-kata, tabel, grafik atau diagram untuk membantu refleksi. - Menerjemahkan dan mentransformasikan informasi atau struktur ke dalam model matematika. - Menjalankan metoda solusi alternatif yang mungkin.
<i>Structural Abstraction</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Merefleksi aktivitas sebelumnya kepada situasi baru - Mengembangkan strategi baru untuk suatu masalah, dimana sebelumnya belum digunakan - Mengantisipasi sumber kesulitan selama proses penyelesaian apabila digunakan metode yang lain - Mengabstraksikan apa yang direpresentasikan - Mereorganisasikan struktur masalah matematika berupa menyusun, mengorganisasikan dan mengembangkan
	<ul style="list-style-type: none"> - Mendemonstrasikan kemampuan untuk mengantisipasi hasil pemecahan masalah tanpa menjalankan semua

<i>Structural Awareness</i>	<p>aktivitas yang dipikirkan.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Memberikan argumen-argumen atau alasan-alasan terhadap keputusan yang dibuat. - Mendemonstrasikan kesulitan selama proses penyelesaian apabila digunakan alternatif metode penyelesaian yang lain. - Merefleksikan keputusan yang diperoleh untuk aktivitas berikutnya. - Mendemonstrasikan ringkasan aktivitasnya selama pemecahan masalah
-----------------------------	--

PENUTUP

Dalam pembelajaran matematika, guru perlu mengetahui proses abstraksi siswa ketika mereka memecahkan masalah matematika. Dengan diketahuinya proses abstraksi siswa, maka guru dapat membantu siswa memperbaiki kesalahannya. Oleh sebab itu, siswa harus mengungkapkan apa yang sedang mereka pikirkan ketika memecahkan masalah matematika.

DAFTAR PUSTAKA

1. Cifarelli, V. V. 1988. The Role of Abstraction as a Learning Process in Mathematical Problem Solving. *Doctoral Dissertation*, Purdue University, Indiana.
2. Ferrari, P.L. 2003. Abstraction in Mathematics. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. London. **358**, 1225-1230.
3. Fisher, Robert. 1998. *Thinking about Thinking: Developing Metacognition in Children*, http://www.teachingthinking.net/thinking/web%20resources/robert_fisher_thinkingaboutthinking.htm. Diakses 14 Februari, 2009

4. Goodson-Espy, T. 1998. The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstract thought: Transitions from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 36,219-245.
5. Goodson-Espy, T. 2005. Why Reflective Abstraction Remains Relevant In Mathematics Education Research. In Lloyd, G.M., Wilson, M., Wilkins, J.L. M., & Behm, S.L. (Eds.). *Proceedings of the 27th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Appalachian State University.
6. Gray, E. & Tall, D. 2007. Abstraction as a Natural Process of Mental Compression. *Mathematics Education Research Journal*. Vol. 19, No. 2, 23-40.
7. Herskowitz, R., Schwarz, B., & Dreyfus, T. 2001. Abstraction in context. Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (2), 195-222.
8. Hudojo, Herman, 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Direktorat Pendidikan dan Kebudayaan, Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Proyek Pengembangan Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan.
9. Janvier, c. 1987. *Problem of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Lawrence Earlbaum Associated, Publishers.
10. Johnson & Rising. 1972. *Guidelines for Teaching Mathematics*. California: Wadsworth Publishing Company, Inc.
11. Jirotkova, D., Littler, G.H., Classification Leading to Structure, <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/3/JirotkovaLittler.pdf>. Diakses 14 Februari 2009
12. Marzano, R.J. 1993. *How classroom teachers approach the teaching of thinking*. dalam Donmoyer, R. & Merryfield, M.M.(Eds): *Theory in to practice: Teaching for higher order thinking*, 32(3).pp.148-153.
13. Mitchelmore, M. & White P. 2004. Abstraction in Mathematics and Mathematics Learning. In M.J. Hoines, & A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, pp. 329-336). Bergen, Norway: Bergen University College.

14. Ozmantar, M.F., & Monaghan, J. 2007. A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89-112.
15. Petty, James Alan. 1996. The role of reflective abstraction in the conceptualization of infinity and infinite processes. *Doctoral Dissertation*, Purdue University, Indiana.
16. Polya, G. 1973. *How To solve It*. Secon Edition. New Jersey: Princeton University Press.
17. Rodney, L. C., Brigitte G. V., Barry N. B. 2001. An Assessment Model for a Design Approach to Technological Problem Solving. *Journal Technology an Education. Vol 12. No 2*.
18. Sfard, A., and Linchevski, L. 1994. The gains and pitfalls of reification-The case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.
19. Soedjadi, R. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*. Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan. Jakarta. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
20. Solso, Robert L. 1995. *Cognitive Psychology*. Fourth Edition. Boston: allyn and Bacon.
21. Suparno, Paul. 1997. *Filsafat Konstruktivisme Dalam Pendidikan*. Yogyakarta. Kanisius.
22. Viholainen, A. 2007. *Relationships Bettween Informal and Formal Reasoning in The Subject Derivative*, University of Jivaskyla, Finland. Tersedia dalam <http://www.fractus.uson.mx/Paper/CERME4/Paper%20definitus/14/AViholainen.pdf>. Diakses 12 Februari 2009.
23. Von Glasersfeld, E. 1991. Abstraction, re-presentation, and reflection. In L. Steffe (ed.), *Epistemological Foundations of Mathematical Experience* (pp. 45-67). New York: Springer Verlag.
24. Wood, T., Williams, G. Dan McNael, B. 2006. Children's Mathematical Thinking Different Classroom Cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 37, No. 3, 222-255.