

ISBN 978-602-14413-0-5

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN APLIKASINYA



# Prosiding

**“Peran Matematika dan Sistem Informasi  
sebagai Basis Pengembangan IPTEK  
di Indonesia”**

Surabaya, 21 September 2013



**DEPARTEMEN MATEMATIKA**  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS AIRLANGGA

**SNMA** 2013

# Prosiding

SEMINAR NASIONAL  
MATEMATIKA DAN APLIKASINYA 2013



---

“Peran Matematika dan Sistem Informasi  
sebagai Basis Pengembangan IPTEK di  
Indonesia”

**EDITOR**

KETUA : Fatmawati  
ANGGOTA : Abdulloh Jaelani  
Indah Werdiningsih  
M.Yusuf S  
Toha Saifudin  
Nurul Surtika Sari

**PENATA LETAK:**

Abdulloh Jaelani

**DESAIN COVER:**

Taufik

**PENERBIT:**

Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Airlangga  
Kampus C, Jl. Mulyorejo, Surabaya

Cetakan pertama September 2013  
ISBN No. 978-602-14413-0-5

	Halaman
<b>Rancang Bangun E-Learning untuk Pembelajaran Aritmatika dalam Bahasa Mandarin bagi Siswa Sekolah Dasar Berbasis Web</b> Yulius Hari, Darmanto, Budi Hermawan	331 - 336
<b>Konkrit Perkalian Dan Pembagian Dalam Matematika Gasing</b> Ali Godjali, Josephine Kusuma	337 - 345
<b>Analisis Pekerjaan Siswa Pada Topik Segiempat Berdasarkan Teori <i>Van Hiele</i></b> Bettisari Napitupulu	346 - 353
<b>What Wrong With Math ?</b> Bernaridho Imanuel Hutabarat , Roni F. Sinaga	354 - 357
<b>Abstraksi Konsep Pembagian Pecahan Dengan Topangan</b> Firman Pangaribuan	358 - 363
<b>Studi Analisa Pembelajaran Matematika Melalui Game Pada Anak Usia SD</b> Arik Kurniawati	364 - 368
<b>Imputasi <i>Missing Data</i> Menggunakan Algoritma Pengelompokan Data <i>K-Harmonic Means</i></b> Abidatul Izzah, Nur Hayatin	369 - 373
<b>Analisis dan Perancangan Sistem Informasi Berbasis Web Sebagai Media Promosi dan Informasi Kain Tenun Daerah Flores</b> Gregorius Rinduh Iriane	374 - 378
<b>Analisa Dan Perancangan Aplikasi Augmented Reality Pada Lokasi Pariwisata Flores Berbasis Android</b> Benediktus Y. Bhae, Devi Indriasari, Pranowo	379 - 386
<b>Prototipe Katalog Metadata Informasi Spasial Penginderaan Jauh Berstandar ISO 19115 Menggunakan Software Open Source Geonetwork</b> Samsul Arifin	387 - 391
<b>Pengembangan Aplikasi Penyusuluhan Pertanian Tanaman Hortikutura Berbasis SMS Gateway Pada Dinas Pertanian Dan Perkebunan Provinsi Nusa Tenggara Timur</b> Emerensiana Ngaga, Suyoto, Eddy Julianto	392 - 398
<b>Memprioritaskan Kebutuhan Perangkat Lunak Menggunakan Model Kano Dengan Menampilkan Rancangan Antarmuka Perangkat Lunak</b> Indra Kharisma Raharjana	399 - 405

# ABSTRAKSI KONSEP PEMBAGIAN PECAHAN DENGAN TOPANGAN

Firman Pangaribuan

*Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas HKBP Nommensen*

*Pematangsiantar-Medan*

firmanpangribfkipuhn@gmail.com

**Abstrak** Tulisan ini memaparkan bagaimana siswa mengabstraksi konsep pembagian pecahan dengan topangan penulis. Abstraksi yang digunakan adalah abstraksi dalam konteks yaitu reorganisasi vertikal pengetahuan yang telah dikonstruksi menjadi pengetahuan yang lebih kompleks. Aktivitas abstraksi mencakup mengenali, merangkai dan mengonstruksi. Subjek penelitian adalah seorang siswa kelas V SD yang memiliki pengetahuan yang memadai pada representasi konsep pecahan, dapat melakukan operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian pecahan dan masih memiliki pengetahuan prosedural pada pembagian pecahan. Wawancara dilakukan secara mendalam dengan berbasis tugas membagi bilangan asli dengan pecahan dalam soal cerita. Soal pembagian yang digunakan adalah model partitif. Analisis data menunjukkan aktivitas mengenali yang dilakukan subjek terdiri dari mengenali konteks soal cerita, mengenali model matematika soal cerita, menyelesaikan hasil bagi secara prosedural, pecahan sebagai bagian dari keseluruhan, menjumlah pecahan, mengalikan pecahan, ekuivalensi pecahan. Subjek merangkai penjumlahan pecahan, ekuivalensi pecahan dan pecahan sebagai bagian dari keseluruhan dengan pengamatan pada gambar. Topangan yang diberikan peneliti adalah agar subjek menggambar masalah kontekstual sebelum menggunakan simbolik formal. Topangan diberikan minimal agar subjek dapat mengonstruksi. Subjek tidak dapat membagi pecahan secara konseptual dengan merepresentasi luas suatu persegi panjang sebagai pecahan yang dibagi. Subjek berhasil membagi pecahan secara konseptual setelah pecahan dibagi direpresentasi sebagai bagian dari persegi panjang.

**Kata kunci:** abstraksi, pembagian pecahan dan topangan.

## I. PENDAHULUAN

Pembagian pecahan masih merupakan masalah dalam pembelajaran matematika dan dalam penelitian pendidikan matematika. Ma (1999) menyatakan bahwa pembagian adalah operasi dasar matematika yang paling kompleks dan pecahan adalah bilangan yang paling rumit dalam aritmetika. Sehingga dia menganggap pembagian pecahan menjadi topik yang paling sulit pada siswa sekolah dasar termasuk juga bagi guru. Hasil penelitian Rizvi dan Lawson (2007) menunjukkan bahwa calon guru juga

kesulitan memahami pembagian pecahan secara konseptual. Hasil observasi penulis pada siswa kelas V SD sebanyak 50 orang dan pada siswa kelas VII SMP 24 orang di Pematangsiantar menunjukkan bahwa kebanyakan siswa tidak dapat mengingat aturan

pembagian pecahan  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ . Bagi

mereka yang dapat mengingat aturan itu tidak dapat menjelaskan mengapa aturan itu benar.

Kesulitan siswa belajar pembagian pecahan kemungkinan karena dalam pelaksanaan pembelajaran kebanyakan menonjolkan aspek pengetahuan prosedural yang sedikit memberikan kesempatan pada siswa untuk mengonstruksi pembagian pecahan secara konseptual. Carpenter (dalam Kribs-Zaleta, 2006) menyatakan bahwa pembelajaran pembagian pecahan sering dimulai dan diakhiri dengan algoritma tradisional “membalik kemudian mengalikan” (*invert-and-multiply*). Pembelajaran di sekolah yang terlalu cepat mengarah ke bentuk abstrak (formal) akan membuat siswa hanya menghafal formula. Sehingga dalam pembelajaran khususnya pembagian pecahan model matematika pembagian pecahan harus dikemas di dalam bentuk kontekstual.

Penggolongan konteks masalah pembagian secara umum terdiri dari 2 bagian yaitu 1) pembagian pengukuran (*measurement*), 2) pembagian partitif (*partitive*). Pembagian model pengukuran yang sering disebut dengan pengurangan berulang adalah diketahui ukuran total dan ukuran setiap grup dan ditanya banyak grup. Misalnya 12 : 4 dinyatakan dengan berapa banyak 4 di dalam 12. Dalam pembagian pecahan  $\frac{2}{3} : 4$  jika disajikan dalam bentuk pengukuran akan menjadi sulit menyatakan berapa banyak 4 di dalam  $\frac{2}{3}$  karena pembagi lebih dari pembilang. Tetapi jika pembagian pecahan adalah  $4 : \frac{2}{3}$  disajikan dalam model pengukuran, misalnya 4 batang coklat diberikan kepada setiap anak  $\frac{2}{3}$  batang dan ditanya banyak anak yang mendapat coklat itu, mungkin siswa dapat menyelesaikannya.

Pembagian model partitif atau pembagian secara adil adalah diketahui ukuran total dan banyak grup dan ditanya ukuran setiap grup. Misalnya 12 permen diberikan secara adil

pada 4 anak dan akan ditentukan berapa permen setiap anak. Dalam pembagian pecahan  $4 : \frac{2}{3}$  dengan menggunakan konteks yang sama menjadi tidak berarti karena tidak mungkin 4 permen dibagikan pada  $\frac{2}{3}$  anak. Tetapi model  $\frac{2}{3} : 4$  dinyatakan dalam model partitif dengan konteks yang sesuai, misalnya  $\frac{2}{3}$  hektar sawah diwariskan pada 4 orang anaknya akan ditentukan luas sawah setiap anak, mungkin siswa dapat menyelesaikannya.

Bulgar (2009) melakukan studi longitudinal pada pembagian pecahan memaparkan bagaimana siswa menyelesaikan pembagian pecahan, tetapi bentuk pecahan yang digunakan dalam masalah adalah bentuk bilangan asli bagi pecahan satuan, misalnya  $5 : \frac{1}{3}$  yang dikemas dalam soal cerita dengan model pengukuran. Sharp dan Adam (2002) melakukan studi bagaimana anak mengonstruksi pengetahuan pembagian pecahan setelah menyelesaikan masalah realistik. Tetapi bilangan yang disoroti pada pembagian pecahan adalah pembagian dengan sisa, pembilang dan penyebut keduanya pecahan dan pembilang lebih dari penyebut, misal  $2\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$  dan secara umum menggunakan model pengukuran. Kribs-Zaleta (2006) juga melakukan studi bagaimana siswa dan calon guru menemukan strategi pembagian pecahan, tetapi bentuk pecahan yang disoroti adalah membagi pecahan dengan pecahan dan mempunyai sisa hasil bagi. Dari studi yang dikemukakan di atas penulis ingin memfokuskan perhatian bagaimana siswa V SD mengonstruksi konsep membagi pecahan dengan bilangan asli.

Menurut paham konstruktivisme bahwa individu memperoleh pengetahuan dengan cara mengonstruksi sendiri bagi dirinya pengalaman yang ada padanya dan bukan menerima pengetahuan yang sudah jadi. Hershkowitz, dkk (2001) mengatakan bahwa mengonstruksi adalah aktivitas inti dari abstraksi dan aksi mengonstruksi harus didukung dengan aksi mengenali (*recognising*) dan merangkai (*merangkai*). Mengabstraksi dalam makalah ini menggunakan pengertian yang dikemukakan Hershkowitz, dkk yaitu mereorganisasi struktur pengetahuan yang sudah pernah dikonstruksi menjadi struktur pengetahuan yang lebih kompleks. Selanjutnya abstraksi yang dikemukakan Hershkowitz, dkk ini disebut abstraksi dalam konteks. Mengenali adalah aktivitas yang memperlihatkan bahwa suatu konsep atau struktur sudah pernah dikonstruksi dan relevan dengan masalah yang sedang dihadapi. Merangkai adalah memadukan struktur atau elemen pengetahuan yang sudah dikenali untuk mencapai bagian-bagian dari tujuan yang diberikan seperti menyelesaikan masalah atau menilai suatu pernyataan. Mengonstruksi

adalah mereorganisasi (mengumpulkan, menyusun dan menyimpulkan) struktur yang sudah dimiliki atau telah dikonstruksi sebelumnya menjadi struktur yang baru atau lebih kompleks. Pada makalah ini akan diuraikan unsur atau struktur yang dikenali, unsur yang dirangkai dan bagaimana subjek mencapai konsep pembagian pecahan.

Mengabstraksi berarti membangun suatu struktur pengetahuan yang baru. Membangun struktur pengetahuan yang baru tidak mudah bagi siswa. Beberapa studi menguraikan bagaimana subjek mengabstraksi suatu konsep yang baru dengan menggunakan pengertian abstraksi dalam konteks, subjek membutuhkan topangan (*scaffolding*). Topangan merupakan bantuan yang diberikan kepada subjek dalam mengabstraksi. Bantuan dapat berupa petunjuk, dorongan, peringatan, menguraikan masalah lebih rinci, memberikan contoh, dan tindakan-tindakan lain yang memungkinkan subjek dapat mengabstraksi secara mandiri. Studi yang dilakukan Hershkowitz, dkk (2001) memperlihatkan bahwa siswa mengabstraksi konsep laju perubahan dan Ozmentar dan Monaghan (2007) memperlihatkan siswa mengabstraksi konsep grafik . Sehingga dalam makalah ini akan mendeskripsikan bagaimana siswa mengabstraksi konsep pembagian pecahan dengan menggunakan pengetahuan yang sudah dimilikinya dan topangan yang diberikan peneliti ketika subjek mengalami hambatan. Manfaat penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi kepada guru sebagai dasar dalam menilai kompetensi pembagian pecahan atau merancang pembelajaran pembagian pecahan menggunakan abstraksi.

## II. METODE PENELITIAN

Subjek penelitian adalah seorang perempuan siswa kelas V SD yang telah belajar pembagian pecahan secara formal di sekolah tetapi belum dapat memahami pembagian pecahan secara konseptual. Subjek sudah memiliki pengetahuan konsep pecahan berdasarkan tes konsep pecahan yang diberikan peneliti. Subjek terpilih adalah siswa yang bersedia diajak wawancara dan dapat mengemukakan pendapatnya dengan lisan maupun tulisan. Pelaksanaan wawancara atas izin orang tua dan diketahui guru matematika yang mengajar subjek di sekolah. Tempat pelaksanaan wawancara di rumah subjek pada 8 Maret 2013 di Pematangsiantar. Tugas pembagian pecahan sebagai instrumen bantu yang digunakan adalah sebagai berikut.

Seorang bapak akan mewariskan sawahnya kepada empat orang anaknya.

Luas sawah tersebut semuanya  $\frac{2}{3}$  hektar berbentuk persegi panjang.

Setiap orang mendapat warisan itu dengan luas yang sama.

Tentukan luas sawah yang diperoleh setiap anak.

Tugas pembagian pecahan ini lebih dahulu dikonsultasikan pada guru bidang studi matematika yang mengajar subjek di sekolah, pada seorang ahli matematika, dan seorang ahli pendidikan matematika. Secara prinsip mereka menyatakan tugas pembagian pecahan di atas layak digunakan sebagai instrumen bantu dalam pengambilan data.

Subjek diwawancarai ketika menyelesaikan tugas. Proses wawancara direkam dengan *handycam* dan perekam suara. Hasil wawancara ditranskrip, data yang ditranskrip dan data tulisan subjek dipaparkan. Pada paparan data dilakukan pemeriksaan validitas data dengan cara membandingkan pernyataan dan tulisan subjek secara berulang-ulang sekaligus juga memutar secara berulang-ulang rekaman video dan suara untuk mendapat kepastian pada hal-hal yang diragukan. Data valid dianalisis melalui reduksi data, pengkodean data, interpretasi data dan penarikan kesimpulan (Moleong, 1988). Topangan diberikan bila subjek mengalami hambatan mengonstruksi atau mencapai tujuan atau sub tujuan dalam mengabstraksi.

### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Awalnya subjek lancar menjawab tugas secara formal dengan menuliskan jawab pada Gambar 1 berikut.

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ setiap anak}$$

Gambar 1: Pembagian pecahan secara prosedural

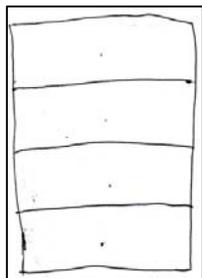
Subjek mengetahui pembagian pecahan secara prosedural karena pernyataan subjek "*Karena kalau misalnya bagi berganti menjadi kali, berputar bilangannya. Kalau bilangannya berputar, berarti tandanya juga apa. Apa ya ...? Jadi,...ee... jadi lawannya* . Setelah ditanya ulang, subjek tetap menjawab dengan pernyataannya "*Itu kemarin diajari pak G (singkatan nama gurunya). Jadi, kalau dibagi katanya jadi diubah  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ . Jadi,  $\frac{1}{6}$  setiap anak. Karena anaknya 4 orang, kalau 4 berarti  $\frac{4}{1}$ . Tetapi subjek sudah mengenali model matematika soal cerita sebagai pembagian pecahan yaitu  $\frac{2}{3} : 4$ . Subjek tidak mempunyai cara lain dari prosedur di atas untuk membagi pecahan. Hal ini didapat dari pernyataan subjek "*Emm...(mengeluarkan suara dengan berbisik). Berarti  $\frac{2}{3}$ ....hm hm... Kayak mana ya?  $\frac{2}{3}$  ...**

*enggak tau* (sambil senyum)". Sehingga disimpulkan bahwa subjek dapat menyelesaikan pembagian pecahan hanya secara prosedural atau belum dapat mengonstruksi pembagian pecahan.

Peneliti memberi topangan karena subjek mengalami hambatan mengonstruksi atau menyelesaikan tugas secara konseptual. Topangan yang diberikan menawarkan agar subjek menggambarkan soal cerita dengan menyebut "*Oke. Kalau dibikin cara menggambar, bagaimana?*". Subjek menggambar bentuk persegi panjang sebagai gambar dari bentuk sawah. Subjek mengalami keraguan menggambar, karena belum mengetahui ke mana tujuan gambarnya. Keraguan itu tampak karena subjek menanyakan peneliti seperti kutipan berikut "*Kepada 4 orang anaknya. Jadi, sawahnya dibagi empat gitu?*" Subjek menggambar persegi panjang sebagai luas sawah  $\frac{2}{3}$  hektar. Kemudian sawahnya dibagi 4 sehingga subjek menemukan bentuk model matematika  $\frac{2}{3} : 4$  dan kembali memperlihatkan pembagian pecahan secara prosedural untuk memperoleh hasil bagi. Pernyataan itu tampak pada kutipan "*Kalau soalnya dibagi 4,  $\frac{2}{3}$  dibagi 4 lah*" dan menunjuk pekerjaan proseduralnya kembali dengan menyebut "*Udah ini*". Subjek memperlihatkan bahwa dirinya sudah mengalami hambatan mengonstruksi. Subjek hanya mampu menyelesaikan pembagian pecahan melalui pengetahuan proseduralnya. Pernyataan itu dinyatakan pada kutipan berikut. "*Kalau semua sawahnya  $\frac{2}{3}$  dikasih sama anaknya 4 orang. Berarti ... ooo...  $\frac{3}{3}$ , satu. Eee ... kayak mana ya? ... Enggak tau*". Subjek kelihatan seolah-olah pasrah dengan menyebut "*Yang tau cuma cara ini*". Sehingga dengan menggambar empat persegi panjang sebagai luas sawah  $\frac{2}{3}$  hektar dan membagi gambar persegipanjang itu menjadi 4 bagian, subjek belum dapat mengonstruksi pembagian pecahan, walaupun subjek mengenali  $\frac{1}{4}$  bagian dari persegipanjang adalah bagian untuk 1 orang anak.

Peneliti memberi topangan dengan menyarankan menggunakan gambar dengan alasan tahapan pembentukan konsep menurut teori Bruner sebelum mencapai tahap simbolik formal sebaiknya melalui tahap ikonik atau simbolik informal yang dapat dinyatakan berbentuk gambar dari konteks masalah. Ternyata subjek dapat menggambarkan masalah itu dengan menggambar persegipanjang yang luasnya  $\frac{2}{3}$  hektar kemudian persegipanjang itu dibagi 4. Subjek mempunyai pengetahuan kontekstual yang dinyatakan pada soal itu, karena dia dapat menggambarkan masalah dengan representasi sawah sebagai luasan persegipanjang. Sehingga subjek mengenali

model matematika dari soal itu yaitu  $2/3 : 4$  dan bukan menuliskan  $4 : 2/3$ . Sampai tahap ini subjek sudah mengenali bangun datar persegi panjang, model matematika soal pembagian, membagi persegi panjang menjadi 4 bagian dan menggambarannya dengan menarik 3 garis horizontal sehingga persegi panjang menjadi 4 bagian seperti pada Gambar 2.



Gambar 2: Representasi sawah dengan luas  $2/3$  hektar

Subjek sudah mengenali bahwa 1 bagian dari persegi panjang adalah bagian dari satu orang anak. Jika subjek menyadari 1 bagian itu dari 4 keseluruhan atau  $1/4$  bagian, maka dengan menggunakan pecahan  $1/4$  sebagai operator akan diperoleh luas sawah untuk satu orang anak seluas  $1/4$  dari  $2/3$  hektar dan menggunakan operasi perkalian pecahan subjek akan mengonstruksi pembagian pecahan itu. Berbeda halnya jika memandang pecahan  $2/3$  sebagai bagian dari keseluruhan (*part whole*). Pada Gambar 2 itu tidak tampak  $2/3$  sebagai 2 bagian dari 3 keseluruhan. Sehingga walaupun luasan  $2/3$  hektar itu dibagi 4 bagian yang sama, dan subjek menyadari akan menghitung  $2/3 : 4$ , subjek kesulitan menentukan 1 bagian dari 4 bagian itu untuk dinyatakan sebagai suatu pecahan. Atas dasar itulah peneliti memberi topangan untuk menyarankan luas sawah  $2/3$  hektar itu digambarkan pada luasan 1 hektar.

Peneliti memberi topangan lagi agar subjek menggambar persegi panjang dengan luas 1 hektar. Topangan yang diberikan peneliti dengan menyebut "Oke, coba gambarkan satu hektar". Subjek segera menggambar persegi panjang dengan luas 1 hektar. Kemudian peneliti menyuruh subjek agar menggambarkan sawahnya pada persegi panjang. Subjek mengenali representasi pecahan  $2/3$  sebagai bagian keseluruhan. Subjek mengenali  $1 = 3/3$ , dapat menunjuk  $2/3$  bagian sebagai luas sawah dan  $1/3$  bagian bukan luas sawah. Hal ini dikenali subjek mungkin karena kombinasi dari  $3/3$  dengan  $2/3$ ,  $1/3$  dengan menggunakan jumlah maupun selisih pecahan. Fakta ini berdasarkan ucapan dan gambar yang dibuat subjek. Ucapan subjek adalah "Dua per tiga. Kalau 1 hektar  $3/3$ , berarti jadi  $3/3$ , kan? Berarti sawahnya hanya ini" Menunjuk  $2/3$  bagian dari seluruh persegi panjang." *Ini, nggak*

*ikut*" menunjuk  $1/3$  bagian dari seluruh persegi panjang. Peneliti menambahkan topangan secara visual dengan mengarsir  $2/3$  bagian persegi panjang. Subjek sudah mengenali representasi sawah  $2/3$  hektar dan setiap  $1/4$  dari  $2/3$  hektar merupakan bagian dari setiap anak. Pengenalan subjek pada situasi masalah dan model matematika  $2/3 : 4$  diperoleh dari pernyataan "Dibagi sama 4 anaknya, dibagilah jadi 4 sawahnya. Berarti tetaplah  $2/3$  dibagi 4". Subjek masih tiba pada model membagi  $2/3 : 4$ , dan belum dapat mengonstruksi pembagian pecahan dengan menggunakan gambar yang sudah tepat sebagai representasi dari masalah, walaupun subjek sudah diberi topangan. Gambar yang dibuat subjek masih digunakan untuk menjelaskan masalah menjadi lebih konkret. Tetapi subjek kembali berpikir secara formal karena sambil menuliskan  $2/3 : 4 = 2/3 \times 4$ , tulisan  $2/3 \times 4$  mungkin maksud subjek adalah  $2/3 \times 1/4$ .

Peneliti memberi topangan secara umum untuk memotivasi subjek dengan tidak mengandung konsep matematika apapun, agar subjek mengerjakan dengan menggunakan gambar dengan menyebut "Andaikan kita belum tau ini (menunjuk pekerjaan prosedural). Kita mau selesaikan pakai gambar ini saja. Pasti bisa". Subjek memperlihatkan pekerjaannya sudah mengklaim bahwa hasil bagi pecahannya adalah  $1/6$ . Subjek bukan mengonstruksi pembagian pecahan untuk memperoleh jawaban, tetapi menguji jawabannya  $1/6$  hektar tiap bagian anak dengan mencocokkan pada gambar, menjumlah  $1/6$  sebanyak 4 kali dan menggunakan ekivalensi pecahan  $4/6 = 2/3$ . Walaupun subjek kelihatan seperti mengecek jawaban  $1/6$ , paling sedikit subjek sudah merangkai pengetahuan yang dikenali. Pengetahuan yang dikenali adalah ekivalensi pecahan  $4/6 = 2/3$ , dan menjumlah  $1/6$  sebanyak 4 kali. Saat ini subjek telah merangkai unsur pengetahuannya yang dikenali, yaitu representasi sawah keseluruhan dan bagian setiap anak melalui gambar persegi panjang, menjumlah pecahan dan ekivalensi pecahan. Pernyataan subjek pada pengujian jawabannya dan aktivitas merangkai adalah "Coba ya. Dua per tiga. Kalau ini dibagi 4, satu, satu, satu, satu eee ... coba dikali ya ...  $2/3$ . Kalau ini,  $1/6$ ,  $1/6$ ,  $1/6$ ,  $1/6$  (menunjuk setiap  $1/6$ ). Jadi berapa ya?  $1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6$  jadi 1, 2, 3, 4 (menghitung pembilang dari  $1/6$  sebanyak 4 kali),  $4/6$ . Jadi  $2/3$  gini". Walaupun subjek bukan mengonstruksi bagaimana memperoleh jawaban  $1/6$ , pada aksi merangkai ini subjek pertama sekali menggunakan konsep ekivalensi pecahan  $4/6 = 2/3$ .

Subjek memperlihatkan bahwa  $4/6 = 2/3$  dengan alasan pembilang dan penyebut dari

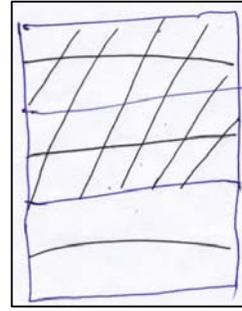
pecahan  $\frac{2}{3}$  dikali 2. Subjek tidak dapat merepresentasi  $\frac{4}{6}$  pada gambar persegi panjang. Subjek menunjukkan pecahan  $\frac{4}{6}$  ekuivalen dengan  $\frac{2}{3}$  dengan pengetahuan prosedural juga. Ekuivalensi 2 pecahan dengan hanya pengetahuan prosedural menghambat subjek mengonstruksi pembagian pecahan itu dengan menggunakan gambar. Hal ini juga tampak pada pembagian  $\frac{4}{6} : 4$  menggunakan pengetahuan prosedural yaitu pada ucapannya “Ooh gini. Dua per tiga kali 2,  $\frac{4}{6}$ . Kalau  $\frac{4}{6}$ , ini kan 4 orang. Jadi 4 orang, jadi  $\frac{1}{6}$ . Karena ini dibagi 4”. Tulisan subjek pada proses membagi  $\frac{4}{6} : 4$  pada Gambar 3 berikut.

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} : \frac{4:4}{6} = \frac{1}{6}$$

Gambar 3: Pembagian  $\frac{4}{6} : 4$  secara prosedural  
Peneliti mengulang menanyakan dimana pada gambar yang menunjukkan  $\frac{4}{6}$ , subjek masih konsisten menjawab dengan pengetahuan proseduralnya pada tulisannya yaitu “Ini  $\frac{4}{6}$ . Kan dibagi sama 4 orang anaknya. Per enamnya kan enggak ikut, empatnya aja. Empat dibagi 4,  $\frac{1}{6}$ . Satu per enam satu anak”. Sehingga subjek belum bisa konsisten menggunakan pengetahuan kontekstual atau model gambar yakni makna  $\frac{4}{6}$  pada persegi panjang dengan pengetahuan formal  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ . Dalam pembahasan apakah sajian visual tidak lebih mudah dari pada formal? Secara teori ya. Tetapi dalam kenyataan subjek mungkin belum mengenali ekuivalensi pecahan secara visual.

Peneliti memberi topangan agar subjek kembali menyadari unsur yang dikenali khususnya representasi  $\frac{2}{3}$  pada gambar sebagai bagian dari keseluruhan. Subjek memperlihatkan representasi  $\frac{2}{3}$  pada gambar persegi panjang dengan menunjuk 2 bagian sebagai bagian dan menunjuk 3 bagian sebagai keseluruhan. Menggunakan analogi representasi  $\frac{2}{3}$  pada persegi panjang dan merangkai dengan ekuivalensi pecahan  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  yang sudah dikenali secara prosedural, subjek dapat memperlihatkan 4 bagian dari 6 keseluruhan pada persegi panjang sebagai representasi dari  $\frac{4}{6}$ . Representasi  $\frac{4}{6}$  pada persegi panjang yang serupa dengan  $\frac{2}{3}$  merupakan pengetahuan yang baru bagi subjek. Pengetahuan baru ini didapat dengan cara setiap  $\frac{1}{3}$  bagian pada persegi panjang dibagi dua lagi dengan menarik garis pembagi. Subjek menyatakan representasi  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  pada gambar persegi panjang melalui ucapannya “Coba tunggu. Satu, 2, 3, 4. Satu, dua, tiga, empat. Kalau ini yang ditarik lagi, 5, 5 jadi  $\frac{4}{6}$ ” yang dijelaskannya dengan bantuan gambar persegi panjang. Subjek menarik garis 3 kali yang membagi 2 setiap  $\frac{1}{3}$  bagian pada gambar, persegi panjang menjadi dibagi 6 bagian, diarsir

4 bagian, sehingga tampak  $\frac{4}{6}$  seperti pada Gambar 4.



Gambar 4: Ekuivalensi pecahan  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

Ekuivalensi pecahan merupakan suatu konsep prasyarat dalam membagi pecahan dengan bilangan asli dengan konteks soal di atas. Pengetahuan ekuivalensi pecahan hanya dengan secara prosedural dan tidak dapat merepresentasikannya dalam luasan khususnya pada gambar persegi panjang, akan menghambat subjek melakukan pembagian pecahan dengan bilangan asli pada model pembagian partitif dengan gambar persegi panjang. Hambatan lain yang dialami subjek adalah cara subjek membagi persegi panjang menjadi 6 bagian secara horizontal. Jika cara membagi itu dilakukan dengan menarik 3 garis vertikal yang membagi persegi panjang menjadi 4 bagian, dimungkinkan subjek tidak terhambat makna  $\frac{4}{6}$  pada persegi panjang. Karena akan terbentuk  $\frac{2}{12}$  hektar yang bentuknya vertikal untuk setiap daerah yang diperoleh anak atau  $\frac{1}{6}$  bagian.

Sesudah subjek mengenali ekuivalensi pecahan  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  secara konseptual dengan representasi pada persegi panjang, subjek membagi  $\frac{2}{3} : 4$  dengan menggunakan  $\frac{4}{6} : 4$ . Walaupun subjek sudah menjelaskan bahwa  $\frac{4}{6}$  adalah 4 daerah yang luasnya  $\frac{1}{6}$ , tampaknya makna  $\frac{1}{6}$  masih seperti pengetahuan prosedural. Hal ini tampak dari pernyataan subjek “Ini. Empat per enam yang dibagi 1, 2, 3, 4”. Beserta “Empat per enam dibagi 4. Jadi  $\frac{1}{6}$ ”. Subjek juga mengatakan “Empat dibagi 4, satu. Enamnya tetap. Se per enam”. Subjek tidak menyatakan 4  $\frac{1}{6}$  atau  $\frac{1}{6}$  dijumlahkan 4 kali atau  $\frac{1}{6}$  dikurangi 4 kali dari  $\frac{4}{6}$  untuk memperlihatkan indikasi pengetahuan konseptual. Sehingga peneliti menggali bagaimana subjek memperoleh  $\frac{1}{6}$  sebagai hasil bagi.

Peneliti memberi topangan agar subjek menyelesaikan pembagian dengan gambar. Subjek dengan lancar menjelaskan dengan bantuan gambar sebagai berikut. “Kan...kalau semua ini  $\frac{3}{3}$  (menunjuk luas semua persegi panjang). Sawahnya hanya  $\frac{2}{3}$  berarti sampai sini. (menunjuk  $\frac{2}{3}$  daerah persegi panjang). Jadi  $\frac{4}{6}$  lah sawahnya karena satu di sini, disini

(menunjuk 2 bagian  $\frac{1}{6}$  yang tidak diarsir). *Satu, dua, tiga, empat, lima, enam* (menunjuk setiap  $\frac{1}{6}$  dari seluruh persegi panjang). *Satu, dua, tiga, empat* (menunjuk setiap  $\frac{1}{6}$  dari  $\frac{2}{3}$  persegi panjang). *Empat per 6. Empat per enam dibagi 4. Jadi  $\frac{1}{6}$* ". Subjek menjelaskan  $\frac{4}{6} : 4$  kembali menunjuk perkejaan proseduralnya. Subjek tidak menyadari bahwa dia sudah mengonstruksi pembagian pecahan, karena dia masih kembali memberi alasan dengan prosedural dengan menyebut "*Ya, dibagi. Tapi kan jadi kali. Ini satu,  $6 \times 1, \frac{1}{6}$* ". Tulisan subjek dengan prosedural dengan menggunakan pencoretan seperti Gambar 5 berikut.

$$\frac{4}{6} : 4 = \frac{1}{6}$$

Gambar 5: Pembagian  $\frac{4}{6} : 4$  dengan prosedural

Pengamatan pada kebiasaan subjek yang selalu menonjolkan pengetahuan prosedural, ada kemungkinan bahwa subjek memiliki mental set setiap berhadapan dengan pembagian pecahan otomatis akan menggunakan pengetahuan proseduralnya. Sehingga peneliti kembali memberi topangan umum agar subjek menjawab dengan menunjukkan pada gambar  $\frac{4}{6} : 4$ . Subjek dapat memperlihatkan 1 bagian yang luasnya  $\frac{1}{6}$  diperlihatkan dengan menjumlah  $\frac{1}{6}$  sebanyak 4 kali. Sehingga subjek sudah mengonstruksi pembagian pecahan  $\frac{2}{3} : 4$  melalui penyelesaian soal cerita.

#### IV. KESIMPULAN DAN SARAN

Pengetahuan awal subjek membagi pecahan adalah secara prosedural, yakni mengalikan pecahan yang dibagi dengan invers perkalian pecahan pembagi. Topangan pertama diberikan agar subjek menggambarkan masalah dan subjek dapat menggambarkan konteks masalah dan hasilnya hanya menguatkan pengetahuan kontekstual pada masalah karena dapat menggambarkan persegi panjang yang luasnya  $\frac{2}{3}$  hektar dan persegi panjang itu dibagi 4. Topangan kedua diberikan untuk menggambarkan luas sawah pada luasan 1 hektar, subjek dapat menggambarkan  $\frac{2}{3}$  hektar sebagai bagian dari 1 hektar dan belum dapat mengonstruksi pembagian pecahan walaupun menyadari  $1 = \frac{3}{3}$ . Subjek mengenali ekivalensi pecahan  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  secara prosedural, setelah diberi topangan dapat merepresentasinya secara konseptual sebagai bagian dari keseluruhan pada gambar persegi panjang. Unsur pengetahuan yang dikenali subjek adalah luas persegi panjang  $\frac{2}{3}$  hektar sebagai bagian dari  $1 = \frac{3}{3}$  hektar, ekivalensi pecahan  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  tidak hanya dengan prosedural tetapi secara konseptual dengan merepresentasikan pada luasan,  $\frac{4}{6} = 4 \times \frac{1}{6}$  dan

$\frac{4}{6}$  sebagai jumlahan  $\frac{1}{6}$  sebanyak 4 kali. Unsur yang dikenali dirangkai sehingga tiba pada  $\frac{4}{6} : 4$  yang direpresentasi pada gambar untuk mendapat  $\frac{1}{6}$ .

Subjek penelitian ini sudah belajar pembagian pecahan secara formal di sekolah dengan pengetahuan prosedural. Untuk memperoleh abstraksi yang lebih murni tanpa dipengaruhi pengetahuan prosedural pembagian pecahan, diperlukan penelitian lanjutan bagi subjek yang belum belajar pembagian pecahan secara formal.

#### Daftar Pustaka:

- Bulgar, Sylvia. 2009. *A Longitudinal Study of Students' Representations for Division of Fraction*. The Montana Mathematics Enthusiast, Vol 6, nos 1 & 2. Montana Council of Teachers of Mathematics & Information Age Publishing.
- Hershkowitz, Rina., Schwarz Baruch B., dan Tommy Dreyfus. 2001. *Abstraction in Context: Epistemic Action* in Journal for Research in Mathematics Education, Vol 32 no 2.
- Kribs-Zaleta, Christopher (2006). *Invented Strategies fo Division of Fraction*. Preceedings of the 28<sup>th</sup> annual meeting of North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Merida, Mexico: Universidad Pedadodica Nacional.
- Ma, Liping, 1999. *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher' Understanding of Fundamental in China and the United States*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Moleong, Lexi J. 2006. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Ozmantar, F.Mehmet dan Monaghan, John. 2007. *A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions*. Mathematics Educational Journal. Vol. 9, No.2, pp.89-112.
- Rizki, Nusrat Fatima dan Lawson, Michael J. 2007. *Prospective Teacher's Knowledge: Concept of Division*. International Educational Journal, 8(2), 377-392. Shannon Research Press.
- Sharp, J. dan Adams, B. (2002) *Children's Constructions of Knowledge for Fraction Division After Solving Realistic Problems*. The Journal of Educational Research; 95(6): 333-347 ProQuest Education Journals Publishing.